

INSTYTUT ŁACZNOŚCI

REFERATY PROBLEMOWE

Zeszyt 104

Zbigniew Kowalski

METODA OPTIMALIZACJI RÓZDZIAŁU TŁUMIENNOŚCI
W SIECI TELEFONICZNEJ



Warszawa 1991

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

KOŁO ZAKŁADOWE STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

REFERATY PROBLEMOWE

Zeszyt 104

Zbigniew Kowalski

METODA OPTIMALIZACJI ROZDZIAŁU TEUMIENNOŚCI
W SIECI TELEFONICZNEJ

Warszawa 1991

S-10073

Zespół Redakcyjny:

doc. dr inż. Stanisław Sońta, mgr inż. Andrzej Stagrowski
mgr inż. Krystyna Frączek

Opracował:

doc. dr inż. Zbigniew Kowalski (tel.: 128.246)
Zakład Podstawowych Problemów Telekomunikacji (Z-24)

Instytut Łączności
04-894 Warszawa, ul. Szachowa 1

BIBLIOTEKA
Instytutu Łączności
Praca CPBR 8.5 - 98.C
Nr 5-10073

Opiniował: dr inż. Janusz Maliszewski

Maszynopis referatu dostarczono dnia 1990-12-14

Sprecyzowano warunki tłumiennościowe, których spełnienie jest konieczne dla uzyskania stopniowej poprawy jakości transmisji telefonicznej (aż do osiągnięcia stanu preferowanego przez abonentów) przy przekształceniach obecnie istniejącej sieci analogowej w docelową sieć cyfrową IDN. Podano schematy ideowe zalecanych struktur łańcuchów telefonicznych w ewoluującej sieci.

Zawartość artykułu stanowi teoretyczną podstawę do ustaleń (w zakresie rozdziału tłumienności) nowej wersji dokumentu normalizacyjnego pt.: «Krajowy Plan Transmisji dla polskiej sieci telefonicznej».

Redaktor: mgr Krystyna Juszkiewicz

Montaż tekstu: AUTOR z zastosowaniem edytora WORD-STAR 4

Wpłynęło do Działu Ogólnotechnicznego Instytutu Łączności
w Warszawie, ul. Szachowa 1 dnia 1991-01-14
Zam. 8.5-98.C/12/4/91.

Nakład 70 egz.

Zbigniew Kowalski

METODA OPTYMALIZACJI ROZDZIAŁU TŁUMIENNOŚCI

W SIECI TELEFONICZNEJ

S P I S T R E S C I

	Str.:
1. Wprowadzenie	1
2. Struktury łańcuchów telefonicznych	2
3. Sprecyzowanie postulatów dotyczących tłumienności łańcuchów	4
4. Ocena jakości istniejących zestawów połączeniowych	5
5. Ocena jakości łańcuchów o strukturach przejściowych; górną granicą tłumienności zestawów połączeniowych i łączy abonenckich	6
6. Warunki na struktury łańcuchów: docelową i prodocelową	7
7. Rekapitulacja i wnioski	10
Wykaz literatury	11
Dodatek (dot. problematyki obliczeń numerycznych)	12

Zbigniew Kowalski

METODA OPTIMALIZACJI ROZDZIAŁU TŁUMIENNOŚCI W SIECI TELEFONICZNEJ

1. Wprowadzenie

Na IX Zgromadzeniu Plenarnym CCITT (w końcu 1988 r.) postanowiono wprowadzić do stosowania przy projektowaniu sieci telefonicznych skalarną wielkość LR (zmodyfikowaną tłumienność odniesienia *). Wielkość ta ma zastąpić dotychczas stosowaną wielkość RE (klasyczną tłumienność odniesienia *), z definicji wyznaczaną (w warunkach laboratoryjnych) na podstawie subiektywnych ocen głośności, a więc bardzo mało dokładną. Wielkość LR może być wyznaczana również metodami obiektywnymi, które umożliwiają przeprowadzanie dokładnych pomiarów także podczas eksploatacji sieci, stwarzając warunki pomiarowej weryfikacji projektów.

Dotychczas przeprowadzone badania telefonometryczne umożliwiły wyznaczenie następującego związku między tłumiennością LR łańcucha telefonicznego, a oceną jakości transmisji przez abonentów:

- gdy wartość tłumienności jest zawarta w zakresie $[x_{pd}, x_{pg}]$, jakość transmisji jest oceniana jako bardzo dobra;
- gdy wartość tłumienności jest zawarta w zakresie $[x_{dd}, x_{dg}]$, jakość transmisji jest oceniana jako dobra;
- gdy wartość tłumienności jest zawarta w zakresie $[x_{dd}, x_{dt}]$, jakość transmisji jest oceniana jako zadowalająca;
- gdy wartość tłumienności leży poza zakresem $[x_{dd}, x_{dt}]$, jakość transmisji jest oceniana jako niezadowalająca.

Wzajemne położenie tych zakresów jest następujące [1], [2], [4]:



W celu uzyskania odpowiedniej jakości transmisji w ewoluującej sieci telefonicznej autor proponuje przyjąć następujące postulaty:

- w docelowym stanie sieci prawie wszystkie potencjalne łańcuchy telefoniczne powinny wykazywać tłumienność LR zawartą w preferowanym przez abonentów zakresie wartości $[x_{pd}, x_{pg}]$:

*) Obszerniejsze informacje podano w [6].


- w okresie przejściowym pożądane jest, aby potencjalne łańcuchy telefoniczne wykazywały tłumienność LR zawartą w dopuszczalnym zakresie wartości $[x_{dd}, x_{dg}]$; natomiast prawie wszystkie łańcuchy powinny wykazywać tłumienność zawartą w tymczasowo dopuszczalnym zakresie wartości $[x_{dd}, x_{dt}]$;
- w celu zapewnienia dostatecznej słyszalności rozmów telefonicznych w sieci istniejącej, najpierw powinny być modernizowane te ogniwa sieci, które powodują powstawanie łańcuchów o największych tłumiennościach LR.

Powyższe postulaty zostaną ściślej sformułowane po rozpatrzeniu wybranych struktur łańcuchów telefonicznych, które - zdaniem autora - powinny występować przy przekształceniach obecnie istniejącej sieci analogowej w docelową sieć cyfrową IDN.

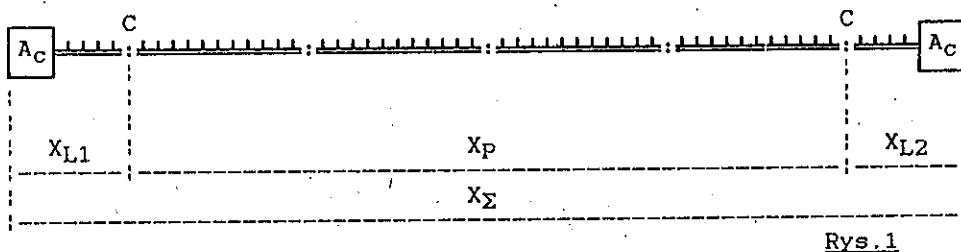
2. Struktury łańcuchów telefonicznych

Poniżej przedstawiono 4 wybrane struktury łańcuchów, które będą występować w rozwijającej się sieci telefonicznej. Struktura 1 (rys.1) jest docelową, typową dla sieci IDN; pozostałe struktury dotyczą wcześniejszych faz rozwoju sieci.

Objaśnienia oznaczeń na rysunkach:

-  - aparat telefoniczny: A_c - cyfrowy; A_a - analogowy
 : - centrala cyfrowa (z czasową komutacją kanałów)
 # - centrala analogowa o dwutorowej komutacji łączy
 x - centrala analogowa o jednotorowej komutacji łączy
 |||| - łączy (dwutorowe) w cyfrowym systemie transmisyjnym
 === - łączy (dwutorowe) w analogowym nośnym syst.transmis.
 — - łączy (jednotorowe) w analogowym naturalnym syst.tr.

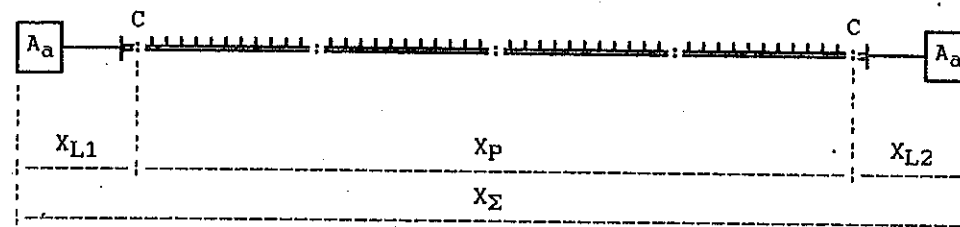
Rys.1. pokazuje docelową strukturę łańcucha telefonicznego, złożonego z cyfrowego zestawu połączeniowego, zawartego między dwoma cyfrowymi układami lokalnymi *) (struktura wzdłużnie symetryczna).



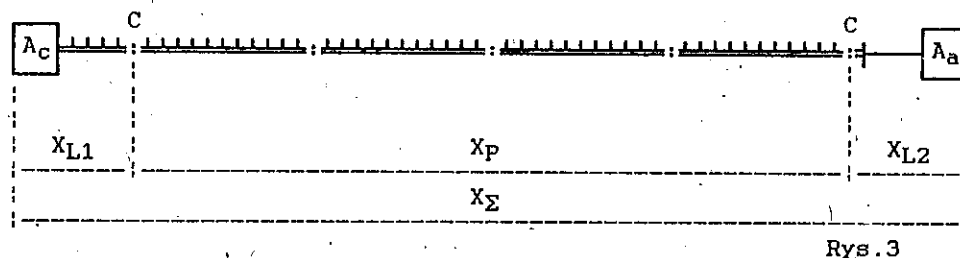
*) Każdy układ lokalny zawiera: aparat telefoniczny i łączy abonenckie (do miejscowej centrali telefonicznej: C); zestaw połączeniowy składa się z łańcucha łączy międzycentralowych. Symbole: X_p oznaczają tłumienności LR (objaśnienia w pkt 3 i następnych).

Następne 3 rysunki dotyczą układów, które będą występować w okresie przejściowym.

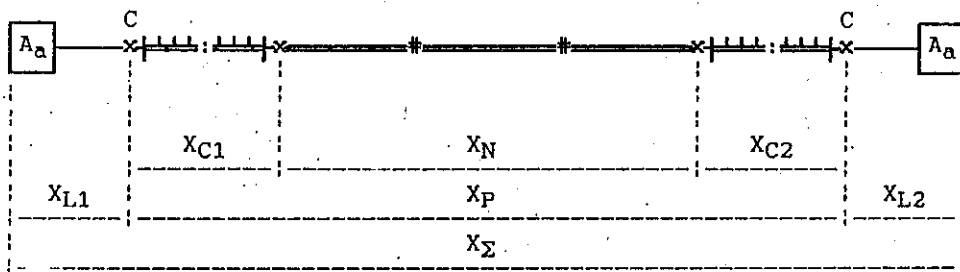
Rys.2. przedstawia docelową strukturę łańcucha, złożonego z cyfrowego zestawu połączeniowego, zawartego między dwoma analogowymi układami lokalnymi (struktura wzdłużnie symetryczna).



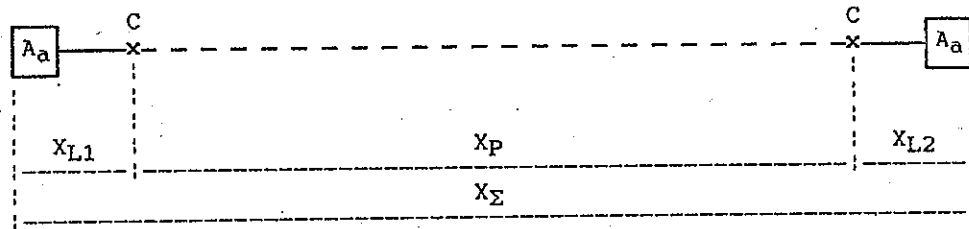
Rys.3. wskazuje hybrydową strukturę łańcucha, złożonego z cyfrowego zestawu połączeniowego, zawartego między dwoma układami lokalnymi: cyfrowym i analogowym (struktura wzdłużnie asymetryczna, stanowiąca kombinację struktur wg rys.1 i 2; powinna zapewnić jakość transmisji lepszą niż w strukturze 2).



Rys.4. przedstawia przykład przejściowej struktury łańcucha, złożonego z cyfrowo-analogowo-cyfrowego zestawu połączeniowego, zawartego między dwoma analogowymi układami lokalnymi. (Łączy międzymiastowe są realizowane w analogowych systemach nośnych; strefowe łączy międzycentralowe - w systemach cyfrowych).



Natomiast na rys.5. podano schemat ideowy łańcucha (w obecnie istniejącej sieci), złożonego z analogowego zestawu połączeniowego o nieokreślonej strukturze (ale o określonej tłumienności LR), zawartego między dwoma analogowymi układami lokalnymi.



Rys.5

3. Sprecyzowanie postulatów dotyczących tłumienności łańcuchów

W celu sformalizowania wyżej podanych postulatów, trzeba uwzględnić fakt, że projektowanie sieci odbywa się w warunkach niepewności danych, a więc że tłumienność LR łańcuchów telefonicznych nie może być zdeterminowana, ale może być scharakteryzowana zmienną losową, którą oznaczmy symbolem X_{Σ} . Sformalizowane postulaty są następujące:

- Łańcuchy o strukturze docelowej (wg rys.1) powinny wykazywać takie parametry rozkładu tłumienności LR w ogniwach składowych, aby w zbiorze układów lokalnych występowało dostatecznie duże prawdopodobieństwo P, że: $X_{\Sigma} \in (x_{pd}, x_{pg}]$, tzn.:

$$P(x_{pd} < X_{\Sigma} \leq x_{pg}) \geq 1 - \alpha_p \quad (1)$$

gdzie: α_p jest dostatecznie małe (np.3%).

- Łańcuchy o strukturze prodocelowej (wg rys.2) powinny wykazywać takie parametry ogniw składowych, aby:
 - w zbiorze układów lokalnych o różnej tłumienności łączy abonenckich był spełniony warunek:

$$P(x_{dd} < X_{\Sigma} \leq x_{dg}) \geq 1 - \alpha_d \quad (2)$$

gdzie: α_d jest dostatecznie małe (np.3%), a jednocześnie - w poszczególnych przypadkach układów lokalnych, charakteryzujących się największymi tłumiennościami LR łączy abonenckich, był spełniony warunek (2), w którym przyjęto: $\alpha_d = \frac{1}{2}$.

- Łańcuchy o strukturach przejściowych (których przykład podano na rys.4) powinny wykazywać takie parametry ogniw, aby:
 - w zbiorze układów lokalnych o różnej tłumienności łączy abonenckich był spełniony warunek:

$$P(x_{dd} < X_{\Sigma} \leq x_{dt}) \geq 1 - \alpha_t \quad (3)$$

gdzie: α_t jest dostatecznie małe (np.3%), a jednocześnie

- występujące w tych łańcuchach układy lokalne powinny spełniać warunki wyznaczone dla łańcuchów o strukturze prodocelowej; ponadto: miarą jakości M łańcuchów o takich strukturach jest prawdopodobieństwo P, określane na zbiorze układów lokalnych o różnej tłumienności łączy abonenckich, spełnienia warunku (2), tzn.:

$$M = \{P(x_{dd} < X_{\Sigma} \leq x_{dg})\} / (1 - \alpha_d) \quad (4)$$

- Stopień pilności modernizacji zestawów połączeniowych, dotyczących występujących w istniejącej sieci, powinien być oceniany na podstawie prawdopodobieństwa P, określanego na zbiorze układów lokalnych o różnej długości łączy abonenckich, że tłumienność LR łańcuchów telefonicznych (o schemacie ideowym podanym na rys.5) przekracza górną granicę x_{dt} zakresu tymczasowo dopuszczalnego, tzn.:

$$T = P(X_{\Sigma} > x_{dt}) = 1 - P(X_{\Sigma} \leq x_{dt}) \quad (5)$$

4. Ocena jakości istniejących zestawów połączeniowych

Przy dostatecznie dużej liczbie n ogniw w łańcuchach telefonicznych, rozkład tłumienności X_{Σ} jest asymptotycznie normalny [11, roz.4], a więc:

$$T \approx 1 - \Phi((x_{dt} - \mu_{\Sigma}) / \sigma_{\Sigma}) \quad (6)$$

gdzie $\Phi[y]$ jest wartością dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego, wyznaczoną w punkcie y, natomiast μ_{Σ} oraz σ_{Σ} są odpowiednio: wartością oczekiwaną oraz odchyleniem standardowym tłumienności łańcuchów w rozważanej relacji C-C.

Przyjmując addytywność tłumienności LR * , zachodzą związki: $\mu_{\Sigma} = \mu_p + \mu_{L1} + \mu_{L2}$, oraz: $(\sigma_{\Sigma})^2 = (\sigma_p)^2 + (\sigma_{L1})^2 + (\sigma_{L2})^2$ gdzie indeks P dotyczy zestawu połączeniowego, a indeks L - układu lokalnego. Jeżeli, dla uproszczenia rozważań, przyjmiemy, że: $\mu_{L1} = \mu_{L2} = \mu_L$, oraz: $\sigma_{L1} = \sigma_{L2} = \sigma_L$, gdzie: μ_L i σ_L - stałe, charakteryzujące przeciętne sieci miejscowe, a także przyjmiemy, że σ_p jest stałą, charakteryzującą przeciętne zestawy połączeniowe w relacjach międzymiastowych, to wówczas otrzymamy związek:

$$T \approx 1 - \Phi((x_{dt} - \mu_p - 2\mu_L) / \sqrt{(\sigma_p)^2 + 2(\sigma_L)^2}) \quad (7)$$

Na użytek projektantów sieci funkcja: $T = f(\mu_p)$ może być przedstawiona graficznie; w przypadku zastosowania siatki laplaso-regularnej wykres tej funkcji jest linią prostą (patrz: [8, dodatek 1]).

*) W dokumentach CCITT pojęcie tłumienności LR nie zostało wystarczająco sprecyzowane, na skutek czego rozpowszechnione przekonanie o addytywności tej miary [10] jest nieuzasadnione. Przeprowadzona przez autora analiza [7] wykazała, że (matematycznie ściśle) addytywną jest tylko skrośna tłumienność LR i tylko wówczas, gdy charakteryzujący tę wielkość współczynnik "m" (patrz: [7]) jest równy zeru. W przeciwnym przypadku możliwe jest jednak wyznaczenie błędów addytywności, oczywiście pod warunkiem dostatecznego sprecyzowania stosowanego rodzaju wielkości.

5. Ocena jakości łańcuchów o strukturach przejściowych; górna granica tłumienności zestawów połączeniowych i łączy abonenckich

Podtrzymując założenie o asymptotycznej normalności rozkładu zmiennej losowej X_{Σ} , określający miarę M jakości łańcuchów telefonicznych, wzór (4) możemy sprowadzić do postaci:

$$M \approx \{\Phi[(x_{dg}-\mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}] - \Phi[(x_{dd}-\mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}]\} / (1-\alpha_d) \quad (8)$$

W przypadku przykładowej struktury łańcuchów, przedstawionej na rys.4, zachodzą związki:

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma} &= \mu_{L1} + \mu_{C1} + \mu_N + \mu_{C2} + \mu_{L2} \\ \sigma_{\Sigma} &= \sqrt{(\sigma_{L1})^2 + (\sigma_{C1})^2 + (\sigma_N)^2 + (\sigma_{C2})^2 + (\sigma_{L2})^2} \end{aligned}$$

gdzie indeks C dotyczy zestawu łączy cyfrowych, indeks N - zestawu analogowych łączy nośnych, a indeks L - układu lokalnego.

Dla łańcuchów telefonicznych o strukturach przejściowych istotna jest odpowiedź na pytanie, jaka jest górna granica wartości oczekiwanej μ_p tłumienności zestawów połączeniowych, wchodzących w skład tych łańcuchów, aby był spełniony warunek określony wzorem (3). Utrzymując w mocy założenie o asymptotycznej normalności rozkładu zmiennej losowej X_{Σ} , wzór (3) możemy sprowadzić do postaci:

$$\Phi[(x_{dt}-\mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}] - \Phi[(x_{dd}-\mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}] \geq 1 - \alpha_t$$

albo:

$$\Phi(y_t) - \Phi(y_d) \geq 1 - \alpha_t$$

skąd:

$$\Phi(y_t) \geq [1 - \alpha_t + \Phi(y_d)]$$

oraz (ze względu na ściśłą monotoniczność dystrybucyjny):

$$y_t \geq \Phi^{-1}[1 - \alpha_t + \Phi(y_d)]$$

gdzie $\Phi^{-1}[r]$ jest kwantylem rzędu r standaryzowanego rozkładu normalnego (patrz: [8, Dodatek 1]). Uwzględniając, że:

$$y_t = (x_{dt} - \mu_p - 2\mu_L) / \sqrt{(\sigma_p)^2 + 2(\sigma_L)^2}$$

(patrz wzór 7), otrzymamy ostatecznie:

$$\mu_p \leq x_{dt} - 2\mu_L - \Phi^{-1}[1 - \alpha_t + \Phi(y_d)] \cdot \sqrt{(\sigma_p)^2 + 2(\sigma_L)^2} \quad (9)$$

gdzie:

$$y_d = (x_{dd} - \mu_p - 2\mu_L) / \sqrt{(\sigma_p)^2 + 2(\sigma_L)^2}$$

Nierówność (9) może być dostatecznie dokładnie rozwiązana metodą iteracyjną [12, roz.5], ale ponieważ z reguły zachodzi silna nierówność: $\Phi(y_d) \ll \alpha_t$, więc otrzymujemy przybliżone rozwiązanie o postaci:

$$\mu_p \leq x_{dt} - 2\mu_L - \Phi^{-1}(1 - \alpha_t) \cdot \sqrt{(\sigma_p)^2 + 2(\sigma_L)^2} \quad (9')$$

przy czym wszystkie wielkości, występujące po prawej stronie tej nierówności, są dane.

6. Warunki na struktury łańcuchów: docelową i prodocelową

Utrzymując w mocy założenie o asymptotycznej normalności rozkładu tłumienności X_{Σ} łańcuchów o strukturach przedstawionych na rys.: 1, 2 i 3, wyznaczmy obecnie optymalną wartość oczekiwaną μ_{Σ} tłumienności tych łańcuchów - taką, przy której występuje maksimum określonego wzorem (1) prawdopodobieństwa:

$$P\{x_{pd} < X_{\Sigma} \leq x_{pg}\} \approx \Phi(y_{pg}) - \Phi(y_{pd})$$

gdzie: $y_{pg} = (x_{pg} - \mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}$, zaś: $y_{pd} = (x_{pd} - \mu_{\Sigma})/\sigma_{\Sigma}$. Mianowicie, rozwiązując równanie:

$$dP/d\mu_{\Sigma} = 0$$

otrzymujemy:

$$\mu_{\Sigma} = (x_{pg} + x_{pd})/2 = x_0 \quad (10)$$

W przypadku, gdy zachodzi równość (10), prawdopodobieństwo P wynosi:

$$\max P \approx \Phi(y_m) - \Phi(-y_m) = 2\Phi(y_m) - 1$$

gdzie:

$$y_m = (x_{pg} - x_{pd})/2\sigma_{\Sigma} \quad (6)$$

W celu spełnienia postulatu, określonego wzorem (1) dla łańcuchów o strukturze docelowej (wg rys.1), trzeba, aby zachodziła nierówność:

$$2\Phi(y_m) - 1 \geq 1 - \alpha_p$$

skąd:

$$y_m \geq \Phi^{-1}(1 - \frac{1}{2}\alpha_p)$$

Uwzględniając związek (6), otrzymamy wymaganie ograniczające wartość odchylenia standardowego tłumienności takich łańcuchów:

$$\sigma_{\Sigma} \leq (x_{pg} - x_{pd})/2\Phi^{-1}(1 - \frac{1}{2}\alpha_p) \quad (11)$$

Dla łańcuchów o strukturze docelowej tłumienność LR zestawu połączeniowego jest tożsamościowo równa zeru: $x_p = 0$ (tzn. $\mu_p = 0$, $\sigma_p = 0$). natomiast tłumienności układów lokalnych - odpowiednio równe tłumiennościom cyfrowych aparatów telefonicznych $X_{L1} = X_{Ac1}$ (tzn. $\mu_{L1} = \mu_{Ac1}$, $\sigma_{L1} = \sigma_{Ac1}$) oraz $X_{L2} = X_{Ac2}$ (tzn. $\mu_{L2} = \mu_{Ac2}$, $\sigma_{L2} = \sigma_{Ac2}$). Uwzględniając wzdużną symetrię rozważanej struktury, dla celów dalszych rozważań przyjmijmy, że występujące w powyższych równościach indeksy: 1 oraz 2 dotyczą odpowiednio nadawczego oraz odbiorczego kierunku transmisji. Przyjmując, że: $\sigma_{Ac1} = \sigma_{Ac2} = \sigma_{Ac}$ oraz uwzględniając związki: $\mu_{\Sigma} = \mu_{Ac1} + \mu_{Ac2}$ i $(\sigma_{\Sigma})^2 = 2(\sigma_{Ac})^2$, otrzymujemy, iż zbiór cyfrowych aparatów telefonicznych powinien spełniać następujące wymagania:

$$\mu_{Ac1} + \mu_{Ac2} = x_0 \quad (12)$$

oraz:

$$\sigma_{Ac} \leq (x_{pg} - x_{pd})/2\sqrt{2}\Phi^{-1}(1 - \frac{1}{2}\alpha_p) \quad (13)$$

Należy dodać, że w przypadku, gdy równość (10) nie zachodzi, tzn. gdy: $\mu_{Ac1} + \mu_{Ac2} \neq x_0$, spełnienie postulatu określonego wzorem (1) wymaga silniejszego ograniczenia dyspersji tłumienności cyfrowych aparatów telefonicznych, a mianowicie:

$$\sigma_{Ac} \leq [x_{pg} - (\mu_{Ac1} + \mu_{Ac2})] / \sqrt{2} \Phi^{-1} [1 - \alpha_p + \Phi(y_{pd})] \quad (13')$$

Oczywiście powyższa nierówność wymaga rozwiązania iteracyjnego.

W przypadku przedstawionego na rys.2 łańcucha o strukturze prodocelowej tłumienność LR zestawu połączeniowego jest tożsamościowo równa zeru: $x_p = 0$ (tzn. $\mu_p = 0$, $\sigma_p = 0$) - identycznie jak dla układu docelowego. Natomiast tłumienności każdego z układów lokalnych można wyrazić sumą: $x_L = x_A + x_T + x_R$, w której występujące indeksy dotyczą: A - aparatu telefonicznego (analogowego), T - łącza abonenckiego (= toru przewodowego) oraz R - układu rozgałęźnego (z przemiennikiem analogowo-cyfrowym).

Przyjmijmy, że właściwości transmisyjne, charakteryzujące zbiory układów rozgałęźnych oraz zbiory analogowych aparatów telefonicznych są ustalone, tzn. założmy, że ich obecnie występujące parametry są znane i nie będą ulegać zmianom w okresie przejściowym (również przy tworzeniu łańcuchów o strukturze prodocelowej). Przy takim założeniu wyznaczmy optymalną wartość oczekiwaną μ_T tłumienności łączy abonenckich w zbiorze sieci miejscowych, dla której występuje maksimum określonego wzorem (1) prawdopodobieństwa P, że tłumienność x_Σ łańcuchów o strukturze prodocelowej będzie zawarta w zakresie $[x_{pd}, x_{pg}]$, preferowanym przez abonentów.

W przypadku łańcuchów o strukturze wg rys.2 zachodzi równość: $\mu_\Sigma = \mu_{A1} + (1 + \beta_1)\mu_{T1} + \mu_{R1} + \mu_{R2} + (1 + \beta_2)\mu_{T2} + \mu_{A2}$. Występujące w powyższym wzorze symbole μ_{A1} i μ_{A2} oznaczają wartości oczekiwane tłumienności LR aparatów telefonicznych, odpowiednio dla: nadawczego (1) i dla odbiorczego (2) kierunku transmisji, natomiast β_1 i β_2 - współczynniki, charakteryzujące przyrost tłumienności tych aparatów na skutek zasilania ich z centrali poprzez łącza abonenckie. Przyjmując, że: $\mu_{R1} = \mu_{R2} = \mu_R$ oraz że: $\mu_{T1} = \mu_{T2} = \mu_T$, na podstawie związku (10) otrzymamy:

$$\mu_T = (x_o - [2\mu_R + (\mu_{A1} + \mu_{A2})]) / (2 + \beta_1 + \beta_2) \quad (14)$$

Dla łańcuchów o strukturze prodocelowej istotna jest odpowiedź na pytanie, jaka jest górna granica odchylen standardowych σ_A tłumienności analogowych aparatów telefonicznych, wchodzących w skład tych łańcuchów, aby był spełniony warunek określony wzorem (2). Utrzymując w mocy założenie o asymptotycznej normalności rozkładu zmiennej losowej x_Σ , wzór (2) możemy sprowadzić do postaci:

$$\Phi[(x_{dg} - \mu_\Sigma) / \sigma_\Sigma] - \Phi[(x_{dd} - \mu_\Sigma) / \sigma_\Sigma] \geq 1 - \alpha_d$$

$$\text{albo:} \quad \Phi(y_g) - \Phi(y_d) \geq 1 - \alpha_d$$

$$\text{skąd:} \quad \Phi(y_g) \geq [1 - \alpha_d + \Phi(y_d)]$$

$$\text{oraz:} \quad y_g \geq \Phi^{-1} [1 - \alpha_d + \Phi(y_d)] \quad (\#)$$

$$\text{a więc:} \quad \sigma_\Sigma \leq (x_{dg} - \mu_\Sigma) / \Phi^{-1} [1 - \alpha_d + \Phi(y_d)]$$

W przypadku łańcuchów o strukturze prodocelowej zachodzi równość: $(\sigma_\Sigma)^2 = (\sigma_{A1})^2 + (1 + \tau_1)(\sigma_{T1})^2 + (\sigma_{R1})^2 + (\sigma_{R2})^2 + (1 + \tau_2)(\sigma_{T2})^2 + (\sigma_{A2})^2$, gdzie: τ_1 i τ_2 są współczynnikami, charakteryzującymi przyrost

dyspersji tłumienności zbioru aparatów telefonicznych, na skutek zasilania ich z centrali poprzez łącza abonenckie. Zakładając, że: $\sigma_{T1} = \sigma_{T2} = \sigma_T$ i $\sigma_{R1} = \sigma_{R2} = \sigma_R$, a także uwzględniając, że: $(\sigma_R)^2 \ll (\sigma_T)^2$, mamy: $(\sigma_\Sigma)^2 \approx (2 + \tau_1 + \tau_2)(\sigma_T)^2 + (\sigma_{A1})^2 + (\sigma_{A2})^2$.

Z przeprowadzonych przez autora badań statystycznych wynika, że można stosować jednoparametrową aproksymację rozkładu zmiennej losowej x_T ; w takim przypadku zachodzi: $(2 + \tau_1 + \tau_2)(\sigma_T)^2 = k(\mu_T)^2$, gdzie: $k = \text{const.}$, więc: $(\sigma_\Sigma)^2 \approx k(\mu_T)^2 + (\sigma_{A1})^2 + (\sigma_{A2})^2$.

W celu spełnienia postulatu, określonego wzorem (2), trzeba zatem, aby:

$$(\sigma_{A1})^2 + (\sigma_{A2})^2 \leq ((x_{dg} - \mu_\Sigma) / \Phi^{-1} [1 - \alpha_d + \Phi(y_d)])^2 - k(\mu_T)^2 \quad (15)$$

gdzie: $y_d = (x_{pd} - \mu_\Sigma) / \sigma_\Sigma$, natomiast: $\mu_\Sigma = 2\mu_R + (2 + \beta_1 + \beta_2)\mu_T + \mu_{A1} + \mu_{A2}$. Oczywiście powyższą nierówność można rozwiązać tylko iteracyjnie, przyjmując w pierwszym kroku: $\Phi(y_d) = 0$.

Dla łańcuchów o strukturze prodocelowej istotna jest również odpowiedź na pytanie, jaka jest górna granica tłumienności x_T łączy abonenckich do analogowych aparatów telefonicznych, aby był spełniony warunek określony wzorem (2) przy $\alpha_d = \frac{1}{2}$. W tym przypadku nierówność (#) przyjmuje postać: $y_g \geq \Phi^{-1} [\frac{1}{2} + \Phi(y_d)]$, skąd:

$$(\mu_\Sigma | x_T) \leq x_{dg} - \Phi^{-1} [\frac{1}{2} + \Phi(y_d)] \cdot (\sigma_\Sigma | x_T)$$

gdzie:

$$y_d = [x_{dd} - (\mu_\Sigma | x_T)] / (\sigma_\Sigma | x_T)$$

natomiast:

$$(\mu_\Sigma | x_T) = 2\mu_R + (2 + \beta_1 + \beta_2)x_T + (\mu_{A1} + \mu_{A2})$$

oraz:

$$(\sigma_\Sigma | x_T) = \sqrt{k(x_T)^2 + (\sigma_{A1})^2 + (\sigma_{A2})^2}$$

a więc:

$$x_T \leq \frac{x_{dg} - [2\mu_R + (\mu_{A1} + \mu_{A2}) + \Phi^{-1} [\frac{1}{2} + \Phi(y_d)] \cdot (\sigma_\Sigma | x_T)]}{2 + \beta_1 + \beta_2} \quad (16)$$

Należy przypomnieć, że występujące w powyższym wzorze indeksy: (1) oraz (2) dotyczą odpowiednio: nadawczego oraz odbiorczego kierunku transmisji.

Ponieważ z reguły: $\Phi(y_d) \ll \frac{1}{2}$, skąd: $\Phi^{-1} [\frac{1}{2} + \Phi(y_d)] \approx \Phi^{-1} (\frac{1}{2}) = 0$, więc w pierwszym przybliżeniu zachodzi następujące ograniczenie tłumienności łączy abonenckich:

$$x_T \leq (x_{dg} - [2\mu_R + (\mu_{A1} + \mu_{A2})]) / (2 + \beta_1 + \beta_2) \quad (16')$$

Warto dodać, że wzór (16') daje zawyżone oszacowanie górnej granicy tłumienności tych łączy; dokładną wartość można otrzymać, rozwiązując iteracyjnie nierówność (16).

Przedstawiona na rys.3 struktura hybrydowa składa się z jednej połowy łańcucha o strukturze docelowej oraz z drugiej połowy łańcucha o strukturze prodocelowej. Rozważana struktura hybrydowa powinna (dla obu kierunków transmisji) stwarzać warunki maksymalizacji prawdopodobieństwa P, że tłumienność x_Σ łańcuchów telefonicznych o tej strukturze będzie zawarta w zakresie $[x_{pd}, x_{pg}]$, preferowanym przez abonentów.

Wprowadzając symbole: c i a dla oznaczenia odpowiednio: cyfrowego i analogowego układu lokalnego, można sformułować warunek:

$$\mu_{Lc} = \mu_{La}$$

Warunek ten oznacza, że dla każdego z dwóch kierunków transmisji powinny zachodzić następujące zależności między optymalnymi wartościami oczekiwanymi tłumienności (przyszłościowych) cyfrowych aparatów telefonicznych, a wartościami oczekiwanymi tłumienności (istniejących) aparatów analogowych:

$$\mu_{Ac1} = \mu_R + (1+\beta_1)\Delta T + \mu_{A1}$$

oraz:

$$\mu_{Ac2} = \mu_R + (1+\beta_2)\Delta T + \mu_{A2}$$

gdzie ΔT jest określone wzorem (15). Po podstawieniu otrzymujemy związek:

$$\mu_{Ac1} = \frac{(\beta_2 - \beta_1)\mu_R + (1+\beta_2)\mu_{A1} + (1+\beta_1)(x_0 - \mu_{A2})}{2 + \beta_1 + \beta_2} \quad (17)$$

oraz:

$$\mu_{Ac2} = \frac{(\beta_1 - \beta_2)\mu_R + (1+\beta_1)\mu_{A2} + (1+\beta_2)(x_0 - \mu_{A1})}{2 + \beta_1 + \beta_2} \quad (17')$$

gdzie indeksy: (1) oraz (2) dotyczą odpowiednio: nadawczego oraz odbiorczego kierunku transmisji.

7. Rekapitulacja i wnioski

Po sprecyzowaniu (w pkt 3) postulatów, dotyczących tłumienności LR łańcuchów telefonicznych w rozwijającej się sieci, wprowadzono wzory określające warunki, którym powinny odpowiadać poszczególne człony tych łańcuchów.

Wzór (7) umożliwia ocenę stopnia pilności modernizacji zestawów połączeniowych w istniejącej sieci, a wzór (9) – wyznaczenie górnej granicy nominalnej tłumienności LR zestawów połączeniowych (między dwiema dowolnymi końcowymi centralami miejscowymi – patrz rys.5) dla okresu przejściowego przebudowy istniejącej sieci analogowej w sieć cyfrową IDN.

W okresie przejściowym będą występować w sieci telefonicznej rozmaite struktury łańcuchów; najlepszą z nich jest (przedstawiona na rys.2) struktura prodocelowa, której unormowana miara jakości wynosi jeden. Oczywiście niższą jakość będą wykazywać łańcuchy telefoniczne o innych strukturach przejściowych, wykazujące większą (niż prodocelową) nominalną tłumienność LR zestawów połączeniowych. Miarę jakości tych łańcuchów można oszacować na podstawie wzoru (8).

Wzór (16) umożliwia wyznaczenie górnej granicy tłumienności LR łączy abonenckich w sieciach miejscowych z analogowymi układami lokalnymi, natomiast wzór (14) – optymalnej tłumienności LR tych łączy, przy której łańcuchy o strukturze prodocelowej będą wykazywać tłumienność LR zawartą w zakresie preferowanym przez abonentów.

Wzory (17) i (17') umożliwiają wyznaczenie (dla obu kierunków transmisji) optymalnej znamionowej tłumienności cyfrowych aparatów telefonicznych, dla której łańcuchy o strukturze docelowej będą wykazywać tłumienność LR zawartą w środku zakresu preferowanego przez abonentów.

Wszystkie podane wzory są przybliżone, ponieważ zostały wyprowadzone przy założeniu asymptotycznej normalności rozkładu tłumienności LR łańcuchów telefonicznych, a także przy założeniu liniowej zależności regresyjnej między przyrostem tłumienności LR analogowych aparatów telefonicznych a tłumiennością łączy abonenckich, poprzez które te aparaty są zasilane z centrali miejscowej.

Oczywiście istnieje możliwość wyprowadzenia wzorów (potrzebnych dla praktyki projektanckiej) przy założeniach bardziej adekwatnych do rzeczywistości, jednak autor sądzi, że uściślenie modelu matematycznego powinno nastąpić dopiero po uzyskaniu dostatecznie dokładnych danych statystycznych, dotyczących właściwości transmisyjnych różnego rodzaju ogniw sieci telefonicznej (przede wszystkim tłumienności LR i impedancji wewnętrznej produkowanych obecnie analogowych aparatów telefonicznych).

Wykaz literatury

1. CCITT: Blue Book, Vol. III-1, Ref. G.111. ITU, Geneva, 1989.
2. CCITT: Handbook on Telephonometry. ITU, Geneva, 1987.
3. Contribution CCITT Com XII-1 (March 1989): Speech transmission characteristics for digital handset telephones (with linear microphone).
4. Contribution CCITT Com XII-32 (November 1989): Study of the optimum OLR range and related speech levels.
5. Kowalski Z.: Aspekty tłumiennościowe projektowania sieci telefonicznej w obszarach miejscowych. Przegląd Telekomunikacyjny, nr 1, 1986.
6. Kowalski Z.: Evolucja tłumienności odniesienia jako miary jakości łańcuchów telefonicznych. Referaty Problemowe Instytutu Łączności, zeszyt 88, 1988.
7. Kowalski Z.: Zmodyfikowana tłumienność odniesienia kanałów i łańcuchów telefonicznych. Referaty Problemowe Instytutu Łączności, zeszyt 90, 1988.
8. Kowalski Z.: Wyznaczanie zmodyfikowanej tłumienności odniesienia o logarytmnormalnym rozkładzie wagi. Referaty Problemowe Instytutu Łączności, zeszyt 98, 1990.
9. Kowalski Z.: Metoda obliczeń zmodyfikowanej tłumienności odniesienia symetrycznych torów kablowych. Referat na KST'91.
10. Schütte U.: Übertragungstechnische Planung von Netzen für Sprachdienste (Teil II). Fernmelde Praxis, Band 66, Nr 19 (Oktober 1989).
11. Smirnow N.W., Dunin-Barkowski I.W.: Kurs rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla zastosowań technicznych. PWN, Warszawa, 1969.
12. Zuber R.: Metody numeryczne i programowanie. WSiP, Warszawa, 1975.

D O D A T E K

Wprowadzenie

W referacie wyprowadzono wzory obliczeniowe w postaci nierówności, których rozwiązanie wymaga zastosowania metod iteracyjnych. Końcowy wynik obliczeń, realizowanych takimi metodami, uważa się za wystarczająco dokładny wówczas, gdy różnica wyników uzyskanych w kolejnych iteracjach jest dostatecznie mała. Jest to pogląd słuszny, ale pod warunkiem dostatecznej dokładności wyrażen arytmetycznych, występujących w każdym cyklu obliczeń.

W skład wzmiankowanych nierówności wchodzi dwie funkcje: dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego $\Phi(y)$ oraz odwrotna do niej funkcja $\Phi^{-1}(r)$, która spełnia warunek: $\Phi(\Phi^{-1}(y)) = y$.

Przy obliczeniach numerycznych stosuje się zawsze odpowiednie aproksymaty tych funkcji; w przypadku prostych obliczeń – zazwyczaj aproksymaty Hastingsa [§4], których dokładność jest lepsza niż 10^{-6} dla funkcji $\Phi(y)$ oraz lepsza niż 10^{-3} dla funkcji $\Phi^{-1}(r)$.

W przypadku proponowanych w referacie obliczeń iteracyjnych, obejmujących wyznaczanie wartości funkcji złożonej o postaci: $\Phi^{-1}[\Phi(y)]$, dokładność aproksymat Hastingsa jest niedostateczna, a zatem trzeba stosować aproksymaty znacznie bardziej skomplikowane.

Problem dokładnej aproksymacji funkcji $\Phi(y)$ został ostatnio prosto rozwiązany przez van Halena [§3]; autor niniejszego referatu postanowił prosto rozwiązać problem dokładnej aproksymacji funkcji $\Phi^{-1}(r)$.

Metoda konstrukcji algorytmu obliczeń kwantyli standaryzowanego rozkładu normalnego

W [§3] podano wyrażenie arytmetyczne, które umożliwia aproksymację dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego $N(0,1)$:

$$r = \Phi(y) \quad (D1)$$

z błędem nie przekraczającym $\pm 1.6 \cdot 10^{-9}$, a mianowicie:

$$\tilde{r} = \frac{1}{2} \exp(W), \text{ gdzie } W = \sum_{j=1}^{10} a_j \cdot |y|^j \quad (D2)$$

(a_j – stałe), przy czym dla $y < 0$ stosuje się podstawienie: $\tilde{r} \leftarrow (1 - \tilde{r})$.

Ze względu na to, że istniejące procedury numerycznego wyznaczania kwantyli tego rozkładu:

$$y = \Phi^{-1}(r) \quad (D3)$$

są realizowane z zastosowaniem metod iteracyjnych [§2], autor postawił sobie zadanie znalezienia wyrażenia arytmetycznego, aproksymującego funkcję (D3) z dokładnością lepszą niż 10^{-6} .

Zadanie rozwiązano metodą kompensacji błędu funkcji $z(r)$, z grubsza aproksymującą funkcję (D3).

Po rozważeniu innych możliwości zastosowano aproksymatę Hastingsa [§4]:

$$z(r) = t - \frac{h_0 + h_1 \cdot t + h_2 \cdot t^2}{1 + d_1 \cdot t + d_2 \cdot t^2 + d_3 \cdot t^3} \quad (D4)$$

gdzie:

$$t = \sqrt{-\ln(r^2)}, \quad a: h_j, d_j - \text{stałe.}$$

Powyższy wzór obowiązuje dla $r \leq \frac{1}{2}$, natomiast dla $r > \frac{1}{2}$ stosuje się podstawienia: $r \leftarrow (1-r)$ oraz: $z \leftarrow (-z)$.

Mimo prostoty, błąd aproksymacji funkcji $\Phi^{-1}(r)$ wyrażeniem (D4) nie przekracza $\pm 4.5 \cdot 10^{-6}$ dla $r \in [2 \cdot 10^{-8} + (1 - 2 \cdot 10^{-8})]$.

Rozwiązanie zadania polegało na wyznaczeniu (dla $y \in [0 + y_g]$):

1° – wartości funkcji błędu aproksymaty (D4), tzn.:

$$b(\tilde{r}) = z(\tilde{r}) - y \quad (D5)$$

gdzie \tilde{r} jest określone wzorem (D2).

2° – (metodą minimizacji sumy kwadratów różnic) współczynników c_k wielomianu, aproksymującego określoną wzorem (D5) funkcję błędu, tzn.:

$$b(\tilde{z}) \approx \sum_{k=0}^s c_k \cdot \tilde{z}^k, \quad k=0, \dots, s. \quad (D6)$$

3° – wartości błędu szcztkowego skorygowanej aproksymaty:

$$b_s(y) = [z(\tilde{r}) - \sum_{k=0}^s c_k \tilde{z}^k] - y \quad (D7)$$

dla różnych stopni s wielomianu (D6).

Uzyskano następujące wartości maksymalne modułu tego błędu:

	gdy: $y_g = 3,0$	gdy: $y_g = 5,0$	gdy: $y_g = 7,0$
przy $s = 7$	$5,4 \cdot 10^{-7}$	$8,1 \cdot 10^{-6}$	$6,5 \cdot 10^{-5}$
przy $s = 8$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$
przy $s = 9$	$9,1 \cdot 10^{-9}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$	$5,5 \cdot 10^{-6}$
przy $s = 10$	$1,6 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	$6,6 \cdot 10^{-6}$
przy $s = 11$	$2,2 \cdot 10^{-10}$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$

Mniejsze wartości maksymalne błędu szcztkowego można otrzymać w przypadku zastosowania przedziałowej aproksymacji funkcji błędu (D5) wielomianami (D6) (i to przy niższych stopniach s od podanych w powyższej tabeli).

Otrzymane wyniki wykazują możliwość wyznaczania kwantyli rozkładu $N(0,1)$ na podstawie związku:

$$\tilde{y} = z(r) - \sum_{k=0}^s c_k \tilde{z}^k \quad (D8)$$

gdzie $z(r)$ jest określone wzorem (D4).

Należy zwrócić uwagę, że przy zaproponowanej metodzie kompensacji błędów wielkości, występujących w pętli obliczeniowej, w idealnym przypadku sprowadzenia do zera wartości błędu szczytkowego b_s , nadal występuje błąd b_y wyznaczania kwantyli na podstawie związku (D8). Wartość bezwzględna tego błędu jest identyczna jak błędu b_w "wzorca" o postaci określonej wzorem (D2), natomiast znaki obu błędów są przeciwne. Oczywiście w realnie występujących przypadkach $|b_s| > 0$; wówczas jako miarę niedokładności ocen kwantyli standaryzowanego rozkładu normalnego na podstawie wzoru (D8) można przyjąć wielkość: $\{\max|b_w| + \max|b_s|\}$.

Implementacja metody

Opracowano (w języku GWBasic [5]) dwie wersje programów obliczeń numerycznych, których istota jest następująca:

Wersja I (program jednozakresowy) dla: $|y| \leq 4,75$; $|b_y| < 5 \cdot 10^{-9}$

```

10 {Przypisanie wartości współczynnikom: Hj, Dj, Ck}
20 input R : if R>.5 then R=1-R
30 T=SQR(-LOG(R*R)) : T2=T*T : T3=T2*T
40 Z=T-(H0+H1*T+H2*T2)/(1+D1*T+D2*T2+D3*T3)
50 Y=Z-((... (Cs*Z+C[s-1])*Z+...+C3)*Z+C2)*Z+C1)*Z+C0)
60 if R<.5 then Y=-Y
70 print "Kwantyl rzędu r wynosi: ", Y
80 end

```

Wersja II (program dwuzakresowy) dla: $|y| \leq 7,00$; $|b_y| < 3 \cdot 10^{-9}$

```

10 {Przypisanie wartości współczynnikom: Hj, Dj, Ck}
15 {oraz CGK - dla górnego zakresu aproksymacji}.
20 input R : if R>.5 then R=1-R
30 T=SQR(-LOG(R*R)) : T2=T*T : T3=T2*T
40 Z=T-(H0+H1*T+H2*T2)/(1+D1*T+D2*T2+D3*T3)
45 {warunkowa zmiana wartości współczynników Ck}
   if Z>ZG then (for k=1 to s : Ck=CGk : next k).
50 Y=Z-((... (Cs*Z+C[s-1])*Z+...+C3)*Z+C2)*Z+C1)*Z+C0)
60 if R<.5 then Y=-Y
70 print "Kwantyl rzędu r wynosi: ", Y
80 end

```

BIBLIOTEKA

Instytutu Badań

Nr 5-100733 literatury:

- \$1. Bartkowiak A.: Podstawowe algorytmy statystyki matematycznej PWN, Warszawa, 1979; str.181 i 306.
- \$2. Cunningham S.W.: From normal intrgral to deviate; algorithm AS24. Applied Statistics, Vol.18 (1969); str.290.
- \$3. van Halen P.: Accurate analytical approximations for error function and its integral. Electronics Letters, Vol.25, No 9 (1989); str.561.
- \$4. Hastings C.: Approximations for digital computers. Princeton University Press, 1955; str.192.
- \$5. Wacławek R.: Programowanie w języku GWBasic. Intersoftland, Warszawa, 1987.
- \$6. Zieliński R.: Tablice statystyczne. PWN, 1972; str.7 i 107.

Biblioteca

II

S-10073